**Анализ формальных понятий (АФП)**

**Анализ формальных понятий (АФП)** ([англ.](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B3%D0%BB%D0%B8%D0%B9%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%8F%D0%B7%D1%8B%D0%BA) *FormalConceptAnalysis, FCA*) — ветвь прикладной алгебраической [теории решёток](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B5%D1%88%D1%91%D1%82%D0%BA%D0%B0_(%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F_%D0%BC%D0%BD%D0%BE%D0%B6%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B2)), метод [анализа данных](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7_%D0%B4%D0%B0%D0%BD%D0%BD%D1%8B%D1%85). Традиционно АФП относят к области концептуальных структур в [искусственном интеллекте](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D1%81%D0%BA%D1%83%D1%81%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%B8%D0%BD%D1%82%D0%B5%D0%BB%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%82).

С помощью метода АФП могут быть визуализированы объектно-признаковые зависимости. Это достигается построением [диаграммы](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B8%D0%B0%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%BC%D0%B0) решётки формальных понятий. Основная математическая идея анализа формальных понятий — возможность построения полной решётки по любому [бинарному отношению](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%B8%D0%BD%D0%B0%D1%80%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D0%BE%D1%82%D0%BD%D0%BE%D1%88%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5) и формализация описания понятия в виде пары (объём, содержание).

В основе решеток формальных понятий лежит так называемое [соответствие Галуа](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BE%D0%BE%D1%82%D0%B2%D0%B5%D1%82%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B8%D0%B5_%D0%93%D0%B0%D0%BB%D1%83%D0%B0), задаваемое на множестве объектов и признаков и обладающее известным из философского определения понятий свойством [уменьшения объёма с ростом содержания](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%B0%D0%BA%D0%BE%D0%BD_%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BD%D0%BE%D0%B3%D0%BE_%D0%BE%D1%82%D0%BD%D0%BE%D1%88%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F_%D0%BC%D0%B5%D0%B6%D0%B4%D1%83_%D1%81%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D1%80%D0%B6%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%B5%D0%BC_%D0%B8_%D0%BE%D0%B1%D1%8A%D1%91%D0%BC%D0%BE%D0%BC_%D0%BF%D0%BE%D0%BD%D1%8F%D1%82%D0%B8%D1%8F).

**Содержание**

**Основные определения**

Контекстом в АФП называют тройку *K = (G, M, I)*, где *G* — множество объектов, *M* — множество признаков, а отношение *I ⊆ G × M* говорит о том, какие объекты какими признаками обладают[[1]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7_%D1%84%D0%BE%D1%80%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D1%85_%D0%BF%D0%BE%D0%BD%D1%8F%D1%82%D0%B8%D0%B9#cite_note-GW-1). Для произвольных *A ⊆ G* и *B ⊆ M* определены операторы Галуа:

*A' = {m ∈ M | ∀ g ∈ A (g I m)},*

*B' = {g ∈ G | ∀ m ∈ B (g I m)}*.

Оператор ″ (двукратное применение оператора ′) является оператором замыкания: он идемпотентен (*A″″* =*A″*), монотонен (*A ⊆ B* влечет *A″ ⊆ B″*) и экстенсивен (*A ⊆ A″*). Множество объектов *A ⊆ G, такое*, что *A″ = A*, называется замкнутым. Аналогично для замкнутых множеств признаков — подмножеств множества *M*. Пара множеств *(A, B)*, таких, что *A ⊆ G, B ⊆ M, A′ = B* и *B′ = A*, называется формальным понятием контекста *K*. Множества *A* и *B* замкнуты и называются объемом и содержанием формального понятия *(A, B)* соответственно. Для множества объектов *A* множество их общих признаков *A'*служит описанием сходства объектов из множества *A*, а замкнутое множество *A″* является кластером сходных объектов (с множеством общих признаков *A′*). Отношение ″быть более общим понятием″ задается следующим образом: *(A, B) ≥ (C, D)* тогда и только тогда, когда *A ⊇ C*.

Понятия формального контекста *K = (G, M, I)*, упорядоченные по вложению объемов образуют решетку ***B****(G, M, I)*, называемую решеткой понятий. Для визуализации решеток понятий используют так называемые [диаграммы Хассе](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B8%D0%B0%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%BC%D0%B0_%D0%A5%D0%B0%D1%81%D1%81%D0%B5), то есть граф покрытия отношения «быть более общим понятием».

**История**

[[править](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7_%D1%84%D0%BE%D1%80%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D1%85_%D0%BF%D0%BE%D0%BD%D1%8F%D1%82%D0%B8%D0%B9&veaction=edit&section=2) | [править код](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7_%D1%84%D0%BE%D1%80%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D1%85_%D0%BF%D0%BE%D0%BD%D1%8F%D1%82%D0%B8%D0%B9&action=edit&section=2)]

Анализ формальных понятий (АФП, [англ.](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B3%D0%BB%D0%B8%D0%B9%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%8F%D0%B7%D1%8B%D0%BA) *FormalConceptAnalysis, FCA*) был предложен [Вилле](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%92%D0%B8%D0%BB%D0%BB%D0%B5,_%D0%A0%D1%83%D0%B4%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D1%84&action=edit&redlink=1)[[англ.]](https://en.wikipedia.org/wiki/Rudolf_Wille) в [1981 году](https://ru.wikipedia.org/wiki/1981_%D0%B3%D0%BE%D0%B4) (сама работа вышла в [1982 году](https://ru.wikipedia.org/wiki/1982_%D0%B3%D0%BE%D0%B4), также указывается и [1984 год](https://ru.wikipedia.org/wiki/1984_%D0%B3%D0%BE%D0%B4))[[2]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7_%D1%84%D0%BE%D1%80%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D1%85_%D0%BF%D0%BE%D0%BD%D1%8F%D1%82%D0%B8%D0%B9#cite_note-restructuring-2), хотя есть более ранние работы французских исследователей Барбю и Монжарде[[3]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7_%D1%84%D0%BE%D1%80%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D1%85_%D0%BF%D0%BE%D0%BD%D1%8F%D1%82%D0%B8%D0%B9" \l "cite_note-3), которые использовали [соответствие Галуа](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BE%D0%BE%D1%82%D0%B2%D0%B5%D1%82%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B8%D0%B5_%D0%93%D0%B0%D0%BB%D1%83%D0%B0) и получали то, что называется [решёткой Галуа](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%A0%D0%B5%D1%88%D1%91%D1%82%D0%BA%D0%B0_%D0%93%D0%B0%D0%BB%D1%83%D0%B0&action=edit&redlink=1) или решёткой формальных понятий.

В рамках российских исследований научной школы [В. К. Финна](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B8%D0%BD%D0%BD,_%D0%92%D0%B8%D0%BA%D1%82%D0%BE%D1%80_%D0%9A%D0%BE%D0%BD%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%BD%D1%82%D0%B8%D0%BD%D0%BE%D0%B2%D0%B8%D1%87) АФП применялся для быстрого порождения классификационных гипотез в [ДСМ-методе](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%A1%D0%9C-%D0%BC%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4).

**Алгоритмы и программные инструменты**

[[править](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7_%D1%84%D0%BE%D1%80%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D1%85_%D0%BF%D0%BE%D0%BD%D1%8F%D1%82%D0%B8%D0%B9&veaction=edit&section=3) | [править код](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7_%D1%84%D0%BE%D1%80%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D1%85_%D0%BF%D0%BE%D0%BD%D1%8F%D1%82%D0%B8%D0%B9&action=edit&section=3)]

Существует немало простых и быстрых алгоритмов порождения формальных понятий и построения их решетки для заданного формального контекста. Экспериментальное сравнение алгоритмов может быть найдено в обзоре С. О. Кузнецова и С. А. Объедкова[[4]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7_%D1%84%D0%BE%D1%80%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D1%85_%D0%BF%D0%BE%D0%BD%D1%8F%D1%82%D0%B8%D0%B9" \l "cite_note-AlgSurvey-4), а в книге Б. К. Гантера и С. А. Объедкова[[5]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7_%D1%84%D0%BE%D1%80%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D1%85_%D0%BF%D0%BE%D0%BD%D1%8F%D1%82%D0%B8%D0%B9" \l "cite_note-GanterObiedkov-5) представлены псевдокоды и примеры работы некоторых базовых алгоритмов. Так как число формальных понятий может быть экспоненциально большим от размера входа (числа объектов или признаков), то временная алгоритмическая сложность часто приводится в терминах размера выхода. Решетки понятий, содержащие несколько миллионов элементов могут быть порождены без серьезных затруднений.

Разработано довольно большое количество программных инструментов для анализа формальных понятий.[[6]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7_%D1%84%D0%BE%D1%80%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D1%85_%D0%BF%D0%BE%D0%BD%D1%8F%D1%82%D0%B8%D0%B9#cite_note-fcahome.org.uk-6) Основные задачи, которые они решают как правило включают создание формальных контекстов и построение их решеток понятий, а так же порождение (признаковых или объектных) импликаций и [ассоциативные правила](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D0%B1%D1%83%D1%87%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5_%D0%B0%D1%81%D1%81%D0%BE%D1%86%D0%B8%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%B2%D0%BD%D1%8B%D0%BC_%D0%BF%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%B8%D0%BB%D0%B0%D0%BC) ([англ.](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B3%D0%BB%D0%B8%D0%B9%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%8F%D0%B7%D1%8B%D0%BA) *association rules*).

Большая часть инструментов является свободно-распространяемым программным обеспечением, разработанным в научном сообществе:

* ConExp[[7]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7_%D1%84%D0%BE%D1%80%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D1%85_%D0%BF%D0%BE%D0%BD%D1%8F%D1%82%D0%B8%D0%B9" \l "cite_note-conexp.sourceforge.net-7)
* ToscanaJ[[8]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7_%D1%84%D0%BE%D1%80%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D1%85_%D0%BF%D0%BE%D0%BD%D1%8F%D1%82%D0%B8%D0%B9" \l "cite_note-toscanaj.sourceforge.net-8)
* LatticeMiner[[9]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7_%D1%84%D0%BE%D1%80%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D1%85_%D0%BF%D0%BE%D0%BD%D1%8F%D1%82%D0%B8%D0%B9" \l "cite_note-ReferenceB-9)
* Coron[[10]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7_%D1%84%D0%BE%D1%80%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D1%85_%D0%BF%D0%BE%D0%BD%D1%8F%D1%82%D0%B8%D0%B9" \l "cite_note-coron.loria.fr-10)
* FcaBedrock[[11]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7_%D1%84%D0%BE%D1%80%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D1%85_%D0%BF%D0%BE%D0%BD%D1%8F%D1%82%D0%B8%D0%B9#cite_note-sourceforge.net-11)
* GALACTIC[[12]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7_%D1%84%D0%BE%D1%80%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D1%85_%D0%BF%D0%BE%D0%BD%D1%8F%D1%82%D0%B8%D0%B9#cite_note-galactic.univ-lr.fr-12)